



แผนการจัดการเรียนรู้

รหัส 30000-1404

วิชา แคลคูลัส 1 (Calculus 1)

จัดทำโดย

ครู กิตติกุล ทะนันไชย

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2567

ประเภทวิชา สมรรถนะแกนกลาง

สาขาวิชา สามัญสัมพันธ์ วิทยาลัยเทคนิคน่าน

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา

กระทรวงศึกษาธิการ

รายการตรวจสอบและอนุญาตใช้แผนการจัดการเรียนรู้

☐ ควรอนุญาตให้ใช้ในการเรียนการสอนได้

☐ ควรปรับปรุงเกี่ยวกับ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

หัวหน้าแผนกวิชา

...../...../.....

☐ เห็นควรอนุญาตให้ใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้

☐ ควรปรับปรุงดังเสนอ

☐ อื่นๆ

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

...../...../.....

☐ อนุญาตให้ใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้

☐ อื่นๆ

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

ผู้อำนวยการสถานศึกษา

...../...../.....

คำนำ

แผนการจัดการเรียนรู้ รหัสวิชา 30000 – 1404 วิชาแคลคูลัส 1 (Calculus 1) ตามหลักสูตร ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2567 ของสำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการที่ มุ่งเน้นผลลัพธ์การเรียนรู้ฉบับนี้

เนื้อหาในแผนการจัดการเรียนรู้นี้ประกอบด้วย จำนวน 8 หน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย

หน่วยที่ 1 ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

หน่วยที่ 3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันอดิศัย

หน่วยที่ 4 การประยุกต์อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

หน่วยที่ 5 ปริพันธ์ไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันพีชคณิต

หน่วยที่ 6 ปริพันธ์ไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันอดิศัย

หน่วยที่ 7 ปริพันธ์จำกัดเขต

หน่วยที่ 8 การประยุกต์ของปริพันธ์

โดยแบ่งออกเป็น 1 แผนการจัดการเรียนรู้ ตามระยะเวลาการศึกษาตามที่หลักสูตรกำหนด และจัดการเรียนการสอนสัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง/สัปดาห์ แบ่งเนื้อหาเป็นการเรียนรู้ภาคทฤษฎี จำนวน 3 ชั่วโมง/สัปดาห์ ภาคปฏิบัติ 0 ชั่วโมง/สัปดาห์ จำนวน 3 หน่วยกิต

ผู้พัฒนาหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แผนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นผลลัพธ์การเรียนรู้ฉบับนี้ จะก่อเกิดประโยชน์ต่อการเรียนการสอนวิชา แคลคูลัส 1 (Calculus 1) และเป็นแนวทางให้บุคคลที่สนใจนำไปประยุกต์ใช้ ในการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้วิชาอื่นต่อไป

(นายกิตติกุล ทะนันไชย)

ตำแหน่ง ครู

วิทยาลัยเทคนิคน่าน

พัฒนาครั้งที่ 1

1 พฤษภาคม 256X

โดย

วิทยาลัย.....

สารบัญ

หน้า

คำนำ

สารบัญ

หลักสูตรรายวิชา

x

มาตรฐานอาชีพ (ถ้ามี)

x

ตารางวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้

x

หน่วยการเรียนรู้

x

ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนรู้

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 1

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 2

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 3

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 4

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 5

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 6

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 7

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 8

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 9

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 10

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 11

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 12

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 13

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 14

x

แผนการจัดการเรียนรู้ 15

x

บรรณานุกรม

x

ใบช่วยสอน (เอกสารนอกเล่ม)

1. ใบความรู้

2. ใบกิจกรรม

3. ใบงาน

4. ใบมอบหมายงาน

เครื่องมือวัดและประเมินผล (เอกสารนอกเล่ม)

1. แบบวัดความรู้ก่อนเรียนและหลังเรียน / แบบวัดภาคปฏิบัติ / แบบวัดเจตคติคุณธรรมจริยธรรม/แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ปลายภาค)

หลักสูตรรายวิชา

หลักสูตร ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2567

ประเภทวิชา วิชาสมรรถนะแกนกลาง กลุ่มวิชา การคิดและการแก้ปัญหา

รหัส 30000 – 1404 ชื่อวิชา แคลคูลัส 1 (Calculus 1)

ทฤษฎี 3 ชั่วโมง/สัปดาห์ ปฏิบัติ 0 ชั่วโมง/สัปดาห์ จำนวน 3 หน่วยกิต

อ้างอิงมาตรฐาน

-

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา

วิเคราะห์ และประยุกต์ใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการคิด วิเคราะห์ตัดสินใจ แก้ปัญหาในงานอาชีพ

จุดประสงค์รายวิชา เพื่อให้

1. รู้และเข้าใจเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อนุพันธ์ฟังก์ชันอดิศัย การประยุกต์อนุพันธ์อินทิกรัลฟังก์ชัน ฟังก์ชันพีชคณิตอินทิกรัล ฟังก์ชันอดิศัยและอินทิกรัลจำกัดเขต
2. มีทักษะกระบวนการคิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อนุพันธ์ฟังก์ชันอดิศัย การประยุกต์อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อินทิกรัลฟังก์ชันพีชคณิต ฟังก์ชันอดิศัย และอินทิกรัลจำกัดเขต
3. มีเจตคติและกิจนิสัยที่ดีในการคิดวิเคราะห์ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างเป็นระบบ
4. ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อนุพันธ์ฟังก์ชันอดิศัย การประยุกต์อนุพันธ์อินทิกรัลฟังก์ชัน ฟังก์ชันพีชคณิตอินทิกรัล ฟังก์ชันอดิศัยและอินทิกรัลจำกัดเขตในงานอาชีพ

สมรรถนะรายวิชา

1. ประมวลความรู้เกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อนุพันธ์ฟังก์ชันอดิศัย การประยุกต์อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อินทิกรัลฟังก์ชันพีชคณิต ฟังก์ชันอดิศัยและอินทิกรัลจำกัดเขต
2. วิเคราะห์และให้เหตุผลเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อนุพันธ์ฟังก์ชันอดิศัย การประยุกต์อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อินทิกรัลฟังก์ชันพีชคณิต ฟังก์ชันอดิศัยและอินทิกรัลจำกัดเขต
3. คิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อนุพันธ์ฟังก์ชันอดิศัย การประยุกต์อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อินทิกรัลฟังก์ชันพีชคณิต ฟังก์ชันอดิศัยและอินทิกรัลจำกัดเขตในงานอาชีพ
4. ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อนุพันธ์ฟังก์ชันอดิศัย การประยุกต์อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อินทิกรัลฟังก์ชันพีชคณิต ฟังก์ชันอดิศัยและอินทิกรัลจำกัด คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาและฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อนุพันธ์ฟังก์ชันอดิศัย การประยุกต์อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต อินทิกรัลฟังก์ชันพีชคณิต ฟังก์ชันอดิศัยและอินทิกรัลจำกัดเขต และการประยุกต์ในงานอาชีพ

ตารางวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา (Job) แคลคูลัส 1 (Calculus 1)				
งานหลัก (Duty)	งานย่อย (Task)	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ ในการปฏิบัติงาน	ทักษะ ในการปฏิบัติงาน
1. วิเคราะห์พฤติกรรมฟังก์ชันผ่านลิมิตและความต่อเนื่อง	1 หาค่าลิมิตของฟังก์ชันพีชคณิตและตรีโกณมิติ	ประยุกต์ใช้สมบัติพื้นฐานของลิมิตในการคำนวณ	- นิยามของลิมิต - สมบัติเชิงพีชคณิตของลิมิต - ลิมิตที่เข้าใกล้ค่าอนันต์	- จัดรูปพจน์ให้เหมาะสม - แทนค่าตัวแปรเข้าสู่สูตรลิมิต
		แก้ปัญหากรณีรูปฟอร์มไม่ชัดเจน (Indeterminate Forms)	- รูปแบบลวงเช่น $0/0$ หรือ ∞/∞ - เทคนิคการแยกตัวประกอบ - การใช้สังยุคช่วยกำจัดรากที่สอง	- แยกตัวประกอบพหุนาม - คูณด้วยสังยุคเพื่อตัดพจน์ศูนย์
	2 ตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนโดเมนที่กำหนด	ทดสอบเงื่อนไขความต่อเนื่องที่จุดใดๆ	- สามเงื่อนไขของความต่อเนื่อง - ความต่อเนื่องซ้ายและขวา - ประเภทของการขาดความต่อเนื่อง	- หาลิมิตด้านซ้ายและขวา - เปรียบเทียบค่าฟังก์ชันกับลิมิต
	ระบุช่วงที่ฟังก์ชันมีความต่อเนื่อง	ระบุช่วงที่ฟังก์ชันมีความต่อเนื่อง	- คุณสมบัติความต่อเนื่องของฟังก์ชันเบื้องต้น - ทฤษฎีบทค่ากลาง (Intermediate Value Theorem) - ผลกระทบของความไม่ต่อเนื่องต่อ	- วิเคราะห์กราฟเพื่อหาช่องว่าง - สรุปช่วงความต่อเนื่องในรูปแบบอินเทอรัล

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา (Job) แคลคูลัส 1 (Calculus 1)				
งานหลัก (Duty)	งานย่อย (Task)	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ ในการปฏิบัติงาน	ทักษะ ในการปฏิบัติงาน
	3 บันทึกผลการวิเคราะห์และสรุปแนวโน้มพฤติกรรมฟังก์ชัน	จัดทำรายงานสรุปผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์	- รูปแบบการนำเสนอคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง - สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่	- เขียนลำดับขั้นตอนการคิดอย่างมีเหตุผล - แปลผลทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสื่อสาร
2. คำนวณอนุพันธ์ของฟังก์ชันหลากหลายรูปแบบ	1 หาอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอันดับสูงของฟังก์ชันพีชคณิต	ประยุกต์ใช้กฎลูกโซ่และกฎผลคูณ/ผลหาร	- นิยามของอนุพันธ์ - กฎกำลัง กฎผลบวก - กฎลูกโซ่สำหรับ	- แยกส่วนประกอบฟังก์ชันให้ชัดเจน - ดำเนินการดิฟเฟอเรนเชียลทีละชั้น
		แก้โจทย์ปัญหาอนุพันธ์อันดับสูง	- ความหมายทางกายภาพของอนุพันธ์อันดับสอง - รูปแบบทั่วไปของอนุพันธ์อันดับ n	- หาอนุพันธ์ซ้ำซ้อนอย่างมีระบบ - ค้นหา pattern ในการหาอนุพันธ์ลำดับถัดไป
	2 หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	เปลี่ยนรูปฟังก์ชันก่อนทำการดิฟเฟอเรนเชียล	- เอกลักษณ์ตรีโกณมิติสำคัญ - สมบัติของลอการิทึมและเอกซ์โพเนนเชียล - อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	- แปลง sin/cos/tan ให้เป็นรูปพื้นฐาน - ใช้ลอการิทึมช่วยหาอนุพันธ์ฟังก์ชันยกกำลัง
		คำนวณอนุพันธ์โดยอ้อม (Implicit Differentiation)	- นิยามของฟังก์ชันโดยอ้อม - หลักการดิฟเฟอเรนเชียลเทียบกับตัวแปรอิสระ	- ดิฟเฟอเรนเชียลทั้งสองข้างของสมการ - แก้สมการหา dy/dx

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา (Job) แคลคูลัส 1 (Calculus 1)				
งานหลัก (Duty)	งานย่อย (Task)	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ ในการปฏิบัติงาน	ทักษะ ในการปฏิบัติงาน
	3 ตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ผ่านการประมาณค่า	ใช้เครื่องคิดเลขหรือซอฟต์แวร์ตรวจสอบคำตอบ	• ความสามารถของโปรแกรมคำนวณสัญลักษณ์ • ข้อจำกัดของความแม่นยำในการคำนวณตัวเลข	• บ่อนสูตรอนุพันธ์ลงในโปรแกรม • เปรียบเทียบผลลัพธ์เชิงสัญลักษณ์กับตัวเลข
3. ประยุกต์ใช้แนวคิดอนุพันธ์เพื่อแก้ปัญหาทางอาชีพ	1 วิเคราะห์อัตราการเปลี่ยนแปลงในสถานการณ์จริง	แปลโจทย์ปัญหาเชิงบริบทให้เป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์	• ความหมายของอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยและทันที • บทบาทของอนุพันธ์ในเศรษฐศาสตร์และวิศวกรรม • ตัวแปรต้นและตัวแปรตามใน	• กำหนดตัวแปรให้สอดคล้องกับบริบท • สร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร
		คำนวณอัตราเร็วและอัตราเร่งของวัตถุเคลื่อนที่	• ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่ง เวลา ความเร็ว และความเร่ง • นิยามแคลคูลัสของการเคลื่อนที่	• หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตำแหน่งเทียบกับเวลา • ตีความเครื่องหมายของความเร่งและความเร่ง
	2 หาค่าสูงสุดและต่ำสุดเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการในงานอาชีพ	ระบุจุดวิกฤตและจุดสุดขีดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์	• ทฤษฎีบทแฟร์มาต์ (Fermat's Theorem) • เกณฑ์อนุพันธ์อันดับหนึ่งและสอง • ขอบเขตของโดเมนในปัญหา	• หาจุดที่อนุพันธ์เป็นศูนย์หรือไม่นิยาม • ทดสอบค่าฟังก์ชันที่จุดวิกฤตและจุดปลายช่วง

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา (Job) แคลคูลัส 1 (Calculus 1)				
งานหลัก (Duty)	งานย่อย (Task)	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ ในการปฏิบัติงาน	ทักษะ ในการปฏิบัติงาน
		เสนอแนะแนวทางการตัดสินใจจากผลการหาค่าสุดขีด	- การเชื่อมโยงผลทางคณิตศาสตร์กับการจัดการ - ข้อจำกัดทางทรัพยากรในสถานการณ์จริง	- เลือกค่าที่เหมาะสมที่สุดจากตัวเลือกที่มี - อธิบายเหตุผลสนับสนุนการตัดสินใจ
	3 จัดทำรายงานการวิเคราะห์และนำเสนอข้อเสนอนะ	สรุปผลการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์เพื่อการตัดสินใจ	- โครงสร้างรายงานทางวิชาการหรือวิชาชีพ - เทคนิคการนำเสนอ	- เรียบเรียงเนื้อหาให้กระชับและเข้าใจง่าย - สร้างแผนภูมิหรือกราฟประกอบคำอธิบาย
4. คำนวนอินทิกรัลไม่จำกัดเขตและอินทิกรัลจำกัดเขต	1 หาปริพันธ์ของฟังก์ชันพื้นฐานและฟังก์ชันผสม	ใช้เทคนิคการแทนค่าตัวแปร (u-substitution)	- ความสัมพันธ์ระหว่างอนุพันธ์และอินทิกรัล - กฎลูกโซ่ย้อนกลับ - รูปแบบอินทิกรัล	- เลือกตัวแปร u ควรเป็นฟังก์ชันใด - แปลง dx ให้อยู่ในรูปของ du
		แก้โจทย์อินทิกรัลโดยใช้การแยกส่วน (Integration by Parts)	- สูตร LIATE สำหรับเลือก u และ dv - การลดรูปอินทิ	- จำแนกประเภทฟังก์ชันใน integrand - ดำเนินการอินทิเกรต
	2 คำนวนพื้นที่ใต้โค้งและปริมาณสะสมด้วยอินทิกรัลจำกัดเขต	กำหนดขอบเขตและการแบ่งช่วงสำหรับการอินทิเกรต	- ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส (FTC) - คุณสมบัติความเป็นเส้นตรงของอินทิกรัล	- หาจุดตัดของกราฟเพื่อตั้งขอบเขต - แบ่งช่วงอินทิเกรตเมื่อฟังก์ชันเปลี่ยนเครื่องหมาย
		ประเมินค่าอินทิกรัลจำกัดเขตได้อย่างแม่นยำ	- วิธีการหาค่าแน่นอนของอินทิกรัล - หน่วยวัดทางกายภาพของพื้นที่	- แทนค่าขอบเขตบนและล่างในปริพันธ์ - ดำเนินการลบค่าและสรุปผลลัพธ์สุดท้าย

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา (Job) แคลคูลัส 1 (Calculus 1)				
งานหลัก (Duty)	งานย่อย (Task)	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ ในการปฏิบัติงาน	ทักษะ ในการปฏิบัติงาน
	3 ตรวจสอบความถูกต้องและจัดระบบไฟล์งาน	ตรวจสอบคำตอบโดยการดิฟเพื่อเรียนรู้เชิงกลับ	- หลักการตรวจสอบผลอินทิเกรต - ความสำคัญของค่าคงที่ C ในอินทิกรัลไม่จำกัดเขต	- หาอนุพันธ์ของคำตอบที่ได้แล้วเปรียบเทียบกับโจทย์เดิม - เติมค่า C หากยังเป็นการอินทิเกรตไม่จำกัดเขต
5. ประยุกต์ใช้อินทิกรัลแก้ปัญหาทางอาชีพและวิศวกรรม	1 คำนวณพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงต่างๆ	สร้างสมการอินทิกรัลสำหรับหาปริมาตร	- วิธีการแผ่นจาน (Disk Method) - วิธีการแหวน (Washer Method) - วิธีการเปลือกทรงกระบอก (Shell	- เลือกรูปแบบการตัดขวางให้เหมาะสมกับแกนหมุน - กำหนดฟังก์ชันรัศมีและความหนาแน่นของการตัด
		คำนวณพื้นที่ผิวของวัตถุทรงกลมหรือทรงกระบอก	- สูตรความยาวส่วนโค้ง (Arc Length) - สูตรพื้นที่ผิวจากการหมุนรอบแกน	- หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเพื่อใช้ในสูตรพื้นที่ผิว - อินทิเกรตในช่วงที่กำหนดเพื่อหาพื้นที่
	2 วิเคราะห์งานพลังงาน และข้อมูลเฉลี่ยในกระบวนการผลิต	คำนวณงานที่ทำโดยแรงที่ไม่คงที่	- นิยามทางฟิสิกส์ของงาน (Work) - กฎของฮุก (Hooke's Law) สำหรับสปริง - การอินทิเกรตฟังก์ชันแรงเทียบกับระยะทาง	- สร้างฟังก์ชันแรง $F(x)$ จากข้อมูลโจทย์ - อินทิเกรต $F(x) dx$ ในช่วงการกระจัด
		หาค่าเฉลี่ยของข้อมูลหรือสัญญาณตลอดช่วงเวลา	- นิยามค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันบนช่วงปิด - การประยุกต์ในสถิติอุตสาหกรรม	- หาอินทิกรัลจำกัดเขตของฟังก์ชันข้อมูล - หารด้วยความยาวช่วงเพื่อหาค่าเฉลี่ย

ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา (Job) แคลคูลัส 1 (Calculus 1)				
งานหลัก (Duty)	งานย่อย (Task)	สมรรถนะย่อย (มาตรฐานอาชีพ)	ความรู้ ในการปฏิบัติงาน	ทักษะ ในการปฏิบัติงาน
	3 สรุปผลและแนะนำ การใช้งานในบริบท วิชาชีพ	แปลผลทาง คณิตศาสตร์สู่คำ แนะนำเชิงปฏิบัติ	• ความหมายของ หน่วยวัดในบริบท วิชาชีพ • ข้อผิดพลาดที่ อาจเกิดขึ้นในการ ประมาณค่า	• เปรียบเทียบ ผลลัพธ์กับมาตรฐาน อุตสาหกรรม • เขียนสรุปผลเพื่อให้ ผู้เกี่ยวข้องนำไป ตัดสินใจได้

หน่วยการเรียนรู้

รหัส 30000 – 1404 ชื่อวิชา แคลคูลัส 1 (Calculus 1)
 ทฤษฎี 3 ชั่วโมง/สัปดาห์ ปฏิบัติ 0 ชั่วโมง/สัปดาห์ จำนวน 3 หน่วยกิต

หน่วย ที่	หน่วยการเรียนรู้	เวลาเรียน (ชม.)		
		ทฤษฎี	ปฏิบัติ	รวม
1	หน่วยที่ 1 ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	6	x	6
2	หน่วยที่ 2 อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต	6	x	6
3	หน่วยที่ 3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	3	x	3
4	หน่วยที่ 4 การประยุกต์อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตในงานอาชีพ	6	x	6
5	หน่วยที่ 5 ปริพันธ์ไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันพีชคณิต	6	x	6
6	หน่วยที่ 6 ปริพันธ์ไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันตรีโกณมิติ	6	x	6
7	หน่วยที่ 7 ปริพันธ์จำกัดเขต	6	x	6
8	หน่วยที่ 8 การประยุกต์ของปริพันธ์	6	x	6
	ประเมินผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ระดับรายวิชา	45	x	45
รวม		45		45

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 4
	รหัสวิชา 30000-1404 ชื่อวิชา แคลคูลัส 1 (Calculus 1)	สอนครั้งที่ 8
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การประยุกต์อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต	ทฤษฎี 1 ชม. ปฏิบัติ 0 ชม.
ชื่อเรื่อง/งาน หาค่าสูงสุดและต่ำสุดเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการในงานอาชีพ		

1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

ระบุจุดวิกฤตและจุดสุดขีดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์เสนอแนะแนวทางการตัดสินใจจากผลการหาค่าสุดขีดได้

2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

3. สมรรถนะประจำหน่วย

- 3.1 ประมวลความรู้เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้หลักการอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต
- 3.2 แก้ปัญหาการอนุพันธ์และการหาค่าสูงสุด-ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันพีชคณิต ในการวิเคราะห์ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- 3.3 คำนวณ แก้ปัญหาวางแผน นำเสนอและเพื่อสนับสนุนการตัดสินใจในงานอาชีพอย่างมีเหตุผล

4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 4.1 ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายขั้นตอนการใช้หลักการอนุพันธ์เพื่อหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชันพีชคณิตจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้อย่างเป็นระบบตามหลักคณิตศาสตร์
- 4.2 ผู้เรียนสามารถดำเนินการคำนวณและสร้างแบบจำลองฟังก์ชันเพื่อหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด (เช่น การหาพื้นที่สูงสุด หรือต้นทุนต่ำสุด) จากโจทย์สถานการณ์จำลองในงานอาชีพได้อย่างถูกต้องตามขั้นตอน
- 4.3 ผู้เรียนแสดงออกถึงความรอบคอบ ความรับผิดชอบ และความเพียรพยายามในการตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลตัวเลขสถิติและผลลัพธ์ในระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม
- 4.4 สามารถวางแผน นำเสนอร่วมกับทีมเพื่อประยุกต์ใช้ผลลัพธ์การหาค่าสูงสุดต่ำสุดที่ได้จากการอนุพันธ์ ไปชี้แนะแนวทางเพิ่มประสิทธิภาพหรือช่วยสนับสนุนการตัดสินใจแก้ปัญหาในงานอาชีพได้อย่างสมเหตุสมผล

5. สารการเรียนรู้

1. ทฤษฎีบทแฟร์มาต์ (Fermat's Theorem) และเกณฑ์อนุพันธ์อันดับหนึ่ง-สอง เพื่อระบุจุดวิกฤต
2. การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสนับสนุนการตัดสินใจในสถานการณ์อาชีพ
3. การเชื่อมโยงผลทางคณิตศาสตร์กับการจัดการในงานอาชีพ
4. วิธีการหาค่าสูงสุดและต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชันวัตถุภายใต้ข้อจำกัดของโดเมน
5. การวิเคราะห์ สรุปผลและนำเสนอเพื่อสนับสนุนการตัดสินใจในสถานการณ์อาชีพ

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การรวบรวมและเลือกข้อมูล (Gathering) [5 นาที]

1.1 การเตรียมความพร้อมและเข้าถึงเครื่องมือการเรียนรู้

ครูผู้สอน แจ้งให้ผู้เรียนเตรียมความพร้อมโดยนำอุปกรณ์เทคโนโลยี (แท็บเล็ตหรือสมาร์ทโฟน) ขึ้นมาเพื่อเข้าใช้งาน เว็บไซต์ WolframAlpha โดยเน้นย้ำถึงความสะดวกของระบบ และมีความสามารถในการใช้งานฟังก์ชันได้ทันทีแบบไม่ต้องลงชื่อเข้าใช้งาน เพื่อลดขั้นตอนและเพิ่มประสิทธิภาพในการบริหารเวลาเรียน

1.2 การทบทวนความรู้เดิม

ผู้เรียน ร่วมกันทบทวนองค์ความรู้เดิมเรื่อง จุดวิกฤต (Critical Point) และการตรวจสอบค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ ผ่านกระบวนการถาม-ตอบ และสไลด์ประกอบ เพื่อเชื่อมโยงโครงสร้างความรู้เดิมสู่การเรียนรู้ใหม่ ดังนี้

ครูผู้สอน: ในทางเรขาคณิตวิเคราะห์ หากพิจารณาจุดยอดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของกราฟฟังก์ชัน เส้นสัมผัสกราฟจะมีคุณลักษณะอย่างไร และค่าอนุพันธ์ ณ จุดดังกล่าวเป็นเท่าใด

ผู้เรียน (แนวตอบ): เส้นสัมผัสจะขนานกับแกน X และมีความชันหรือค่าอนุพันธ์เท่ากับศูนย์

ครูผู้สอน: เราสามารถใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ใดในการยืนยันว่าจุดวิกฤตที่คำนวณได้เป็นจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด

ผู้เรียน (แนวตอบ): พิจารณาเครื่องหมายของอนุพันธ์อันดับสอง $f''(x)$ หากมีค่าเป็นลบแสดงว่าเป็นจุดสูงสุด และหากมีค่าเป็นบวกแสดงว่าเป็นจุดต่ำสุด

1.3 การเชื่อมโยงสู่บริบทในงานอาชีพ

ครูผู้สอนนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้นวัตกรรม สื่อวีดิทัศน์ประกอบการบรรยายแบบมีส่วนร่วม เรื่อง การค้นหาจุดที่ลงตัวที่สุด เพื่อกระตุ้นการสังเกตและการรวบรวมข้อมูลเบื้องต้นของผู้เรียน และทบทวนเนื้อหาโดยครูผู้สอนดำเนินการบรรยายนำและ เว้นจังหวะสำคัญเพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงสัญลักษณ์ในวิดีโอเข้ากับ บริบทในงานอาชีพอย่างทันที เมื่อวิดีโอแสดงภาพทางสรรพสินค้า ครูถามนำเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนระบุพิกัดจริง ซึ่งผู้เรียนตอบพร้อมกันว่า ห้างนราไฮเปอร์มาร์ตหรือเมื่อปรากฏภาพอยู่ช่อมรด ผู้เรียนร่วมกันระบุว่าคืออยู่ช่อมรดสมานเซอร์วิส

ผู้เรียน สังเกตสื่อวีดิทัศน์และตอบคำถามกระตุ้นความคิดเพื่อตั้งประสบการณ์เดิมเกี่ยวกับสถานที่ในงานอาชีพมาเชื่อมโยงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สร้างความพร้อมและบรรยากาศความสนใจก่อนเข้าสู่กระบวนการกลุ่ม

ขั้นที่ 2 การจัดกระทำข้อมูล (Processing) [10 นาที]

2.1 การรับภาระงานกลุ่มและนำเสนอสถานการณ์ปัญหา

ครูผู้สอนนำเสนอสถานการณ์ปัญหา มอบหมายภาระงานโดยให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมร่วมกับสมาชิกในกลุ่ม และให้ตัวแทนกลุ่มออกมาเลือกรับ ใบกิจกรรมเรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันที่หน้าชั้นเรียนโดยมีสถานการณ์ในบริบทเกี่ยวข้องกับงานอาชีพให้เลือก 4 เรื่อง ได้แก่

- 1) การติดตั้งแผงโซลาร์เซลล์ให้ผลิตพลังงานสูงสุด
- 2) การออกแบบระบบแสงสว่างในโรงงานให้ใช้พลังงานอย่างคุ้มค่า
- 3) ความเร็วที่ประหยัดน้ำมันที่สุด
- 4) ออกแบบชิ้นส่วนเครื่องยนต์ให้รับแรงได้มากที่สุด

ผู้เรียน รับใบกิจกรรมและนำกลับไปศึกษาทำความเข้าใจเงื่อนไขของโจทย์ร่วมกับสมาชิกในกลุ่ม

2.2 การวิเคราะห์ฟังก์ชันและสถานการณ์

ผู้เรียน ร่วมกันระดมสมอง (Brainstorming) เพื่อวิเคราะห์ ฟังก์ชันที่โจทย์กำหนดให้ โดยพิจารณาความหมายของตัวแปรต้น ตัวแปรตาม และลักษณะทางกายภาพของกราฟจากสมบัติของสมการ

ครูผู้สอน ปฏิบัติหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวก โดยเดินสำรวจและใช้คำถามกระตุ้นการคิด เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสมการสู่ภาพกราฟได้ด้วยตนเอง เช่น

กรณีศึกษา การลดต้นทุนการเทคอนกรีต $C(x)$ ที่มีสัมประสิทธิ์หน้า x^2 เป็นบวก กราฟควรมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงายหรือคว่ำ และจุดวิกฤตที่ได้จะสื่อถึงค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

กรณีศึกษา การประหยัดต้นทุนการเดินสายไฟ ความยาวสายไฟ (x) ได้เป็นทศนิยม ในทางปฏิบัติจริงควรสรุปคำตอบอย่างไรจึงจะเหมาะสมและเป็นไปได้

ขั้นที่ 3 ขั้นปฏิบัติและสรุปความรู้หลังการปฏิบัติ (Applying and Constructing the Knowledge) [15 นาที]

3.1 การดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้เรียน ลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนในใบกิจกรรม โดยใช้องค์ความรู้เรื่องแคลคูลัส ได้แก่

- 1) หาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $f'(x)$ ของฟังก์ชันที่กำหนด
- 2) แก่สมการ $f'(x) = 0$ เพื่อหาค่าวิกฤต

3) ตรวจสอบชนิดของค่าวิกฤตด้วยอนุพันธ์อันดับสอง

ครูผู้สอน ให้คำปรึกษาและตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการคำนวณในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด

3.2 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลด้วยนวัตกรรม (Verification)

ผู้เรียน นำฟังก์ชันจากโจทย์ไปป้อนข้อมูลลงใน เว็บไซต์ WolframAlpha เพื่อแสดงผลกราฟ และร่วมกันตรวจสอบว่า จุดยอดของกราฟที่ปรากฏในแอปพลิเคชัน สอดคล้องกับ ค่าวิกฤตที่คำนวณได้ หรือไม่เป็นการยืนยันความถูกต้องของคำตอบเชิงประจักษ์

3.3 การสรุปผลและแปลความหมาย

ผู้เรียน แปลความหมายของค่าทางคณิตศาสตร์ที่ได้กลับสู่บริบทของสถานการณ์จริง (เช่น พื้นที่ห้องเก็บของที่เหมาะสมที่สุด) และบันทึกข้อสรุปในใบงานเพื่อเตรียมนำเสนอ

ขั้นที่ 4 ขั้นการสื่อสารและการนำเสนอ (Applying and Communication Skill) [10 นาที]

4.1 การนำเสนอผลงาน

ครูผู้สอน สุ่มเลือกตัวแทนกลุ่ม (2-3 กลุ่ม) ให้ออกมานำเสนอผลการวิเคราะห์หน้าชั้นเรียนโดยเน้นการสรุปองค์ความรู้ที่ถูกต้อง ลักษณะของกราฟมีหลักการเดียวกับกราฟที่ได้จาก เว็บไซต์ WolframAlpha ผู้เรียน (ตัวแทนกลุ่ม) นำเสนอข้อมูลโดยเชื่อมโยงผลการคำนวณทางคณิตศาสตร์กับภาพกราฟและสรุปแนวทางแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดตามบริบทของโจทย์

4.2 การอภิปรายและสรุปองค์ความรู้

ผู้เรียน ทั้งชั้นเรียนร่วมกันอภิปราย ตรวจสอบความสมเหตุสมผล และเสนอแนะมุมมองเพิ่มเติมครูและผู้เรียน ร่วมกันสรุปองค์ความรู้รวบยอดเกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาค่าสูงสุดและต่ำสุด ตั้งแต่การวิเคราะห์ฟังก์ชันไปจนถึงการแปลความหมาย เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ ที่คงทน

ขั้นที่ 5 การกำกับตนเอง หรือการเรียนรู้ได้เอง (Self-Regulating) [10 นาที]

5.1 การปฏิบัติภาระงานรายบุคคล

ครูผู้สอน แจก ใบกิจกรรมที่ เรื่อง การออกแบบเขื่อนกักเก็บน้ำให้มีปริมาตรสูงสุด ให้ผู้เรียนทุกคนลงมือปฏิบัติในชั้นเรียน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจรายบุคคล ผู้เรียน วิเคราะห์ฟังก์ชัน $V(h)$ ที่กำหนดให้ ดำเนินการหาอนุพันธ์ และคำนวณหาความสูงของเขื่อนที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งส่งใบกิจกรรมคืนครูผู้สอนท้ายคาบเรียน

5.2 การขยายผลสู่ชิ้นงานสร้างสรรค์

ครูผู้สอน มอบหมายงานต่อเนื่องเป็นการบ้าน โดยให้ผู้เรียนนำองค์ความรู้ที่ได้จากกิจกรรมเดี่ยวไปสังเคราะห์และจัดทำเป็น Mini Infographic ประกอบด้วย ฟังก์ชัน กระบวนการหาคำตอบ และกราฟประกอบจาก เว็บไซต์ WolframAlpha ผู้เรียนรับผิดชอบจัดทำชิ้นงานและส่งไฟล์ผ่าน Google classroom

7. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. เว็บไซต์ WolframAlpha

2. ใบกิจกรรมเรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันโดยมีสถานการณ์ในบริบทเกี่ยวข้องกับงานอาชีพให้เลือก 4 เรื่อง (งานกลุ่ม) ได้แก่

- 1) การติดตั้งแผงโซลาร์เซลล์ให้ผลิตพลังงานสูงสุด
- 2) การออกแบบระบบแสงสว่างในโรงงานให้ใช้พลังงานอย่างคุ้มค่า
- 3) ความเร็วที่ประหยัดน้ำมันที่สุด
- 4) ออกแบบชิ้นส่วนเครื่องยนต์ให้รับแรงได้มากที่สุด

3. ใบกิจกรรมที่ เรื่อง การออกแบบเขื่อนกักเก็บน้ำให้มีปริมาตรสูงสุด(งานเดี่ยว)

4. อุปกรณ์ แท็บเล็ต (Tablet) หรือ สมาร์ทโฟน (Smartphone) ของผู้เรียน

5. แหล่งเรียนรู้ออนไลน์ เว็บไซต์ WolframAlpha สำหรับทำฝึกทักษะเพิ่มเติม

6. แหล่งเรียนรู้ในงานอาชีพ ข้อมูลบริบทจริงในงานอาชีพที่นำมาสร้างเป็นสถานการณ์ปัญหา เพื่อเชื่อมโยงการเรียนรู้งานอาชีพ

8. หลักฐานการเรียนรู้

8.1 หลักฐานความรู้

- ใบกิจกรรมเรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันโดยมีสถานการณ์ในบริบทเกี่ยวข้องกับงานอาชีพให้เลือก 4 เรื่อง

- ใบกิจกรรมที่ เรื่อง การออกแบบเขื่อนกักเก็บน้ำให้มีปริมาตรสูงสุด
- แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

8.2 หลักฐานการปฏิบัติงาน

- ใบกิจกรรมเรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันโดยมีสถานการณ์ในบริบทเกี่ยวข้องกับงานอาชีพให้เลือก 5 เรื่อง

- ใบกิจกรรมที่ เรื่อง การออกแบบเขื่อนกักเก็บน้ำให้มีปริมาตรสูงสุด
- แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

9. การวัดและประเมินผล

สิ่งที่วัด / จุดประสงค์	กิจกรรม / ชิ้นงาน	วิธีการประเมิน	เครื่องมือประเมิน	เกณฑ์การผ่าน
ด้านพุทธิพิสัย (K) วิเคราะห์/ อธิบายขั้นตอน การอนุพันธ์	ใบกิจกรรมที่ 1 (สถานการณ์อาชีพ)	ตรวจใบกิจกรรมที่ 1	แบบเฉลยและเกณฑ์การให้ คะแนน (Answer Key/ Rubric)	ได้คะแนน ร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะพิสัย (S) คำนวณสร้าง ฟังก์ชัน/วาด กราฟ	ใบกิจกรรมที่ 1 และ 2 (Mini Infographic)	ตรวจความถูกต้องของขั้นตอน การคำนวณและกราฟ	แบบประเมินชิ้นงาน Mini Infographic (Rubric Score)	ได้คุณภาพ ระดับ "ดี" ขึ้นไป
ด้านจิตพิสัย (A) ความรอบคอบ รับผิดชอบ พยายาม	กระบวนการทำงาน กลุ่มในห้องเรียน	การสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม (Observation Form)	ได้คะแนน ร้อยละ 75 ขึ้นไป
ด้านการประยุกต์ใช้ (Ap) วางแผนร่วมกัน เพื่อแก้ปัญหา อาชีพ	ใบกิจกรรมที่ 1 และ การสรุปผลใน Infographic	ตรวจการวิเคราะห์ข้อเสนอนะ แนะเพื่อช่วยตัดสินใจในงาน อาชีพ	แบบประเมินสมรรถนะการ ประยุกต์ใช้และการแก้ปัญหา	ได้คุณภาพ ระดับ "ดี" ขึ้นไป

เกณฑ์ Rubric กิจกรรมที่ 1: ใบกิจกรรมเรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด
(4 สถานการณ์งานอาชีพ)

ประเด็น การ ประเมิน	ดีเยี่ยม (4 คะแนน)	ดี (3 คะแนน)	พอใช้ (2 คะแนน)	ปรับปรุง (1 คะแนน)
1. การ วิเคราะห์และ ตั้ง สมการ ฟังก์ชัน (K)	สามารถระบุตัวแปร เงื่อนไข และ สร้างสมการฟังก์ชันพีชคณิต จากสถานการณ์งานอาชีพได้ถูก ต้องสมบูรณ์พร้อมอธิบายความ หมายของตัวแปรได้ชัดเจน	สามารถระบุตัวแปรและสร้าง สมการฟังก์ชันได้ถูกต้อง แต่ อธิบายความหมายของตัวแปร หรือเงื่อนไขบางส่วนไม่ชัดเจน	สร้างสมการฟังก์ชัน ได้แต่ผิดพลาดในบาง จุด (เช่น เครื่องหมายหรือ สัมประสิทธิ์ผิด) ต้อง อาศัยคำแนะนำ	ไม่สามารถระบุ ตัวแปรหรือ สร้างสมการ ฟังก์ชันจาก สถานการณ์ที่ เลือกได้เลย
2. กระบวน การ คำนวณ และหา ค่า วิกฤต (S)	ดำเนินการหาค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 และ 2 เพื่อหาค่าวิกฤตและ คำนวณหาค่าสูงสุด/ต่ำสุดได้ อย่างถูกต้อง แม่นยำ ครบถ้วน ทุกขั้นตอน ตามหลักคณิตศาสตร์	ดำเนินการหาค่าอนุพันธ์และหา ค่าสูงสุด/ต่ำสุดได้ถูกต้อง แต่ อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อยใน ขั้นตอนการคิดเลข (แต่คำตอบ สุดท้ายยังสมเหตุสมผล)	คำนวณหาค่าอนุพันธ์ได้ ถูกต้อง แต่ไม่ สามารถแก้สมการหา ค่าวิกฤต หรือสรุปค่า สูงสุด/ต่ำสุดได้	ขั้นตอนการหา อนุพันธ์และ คำนวณไม่ถูก ต้อง และไม่สามารถแสดง วิธีทำได้
3. การ ประยุกต์ ใช้เพื่อ สนับสนุน การ ตัดสินใจ (Ap)	สามารถแปลผลลัพธ์เชิงตัวเลข สถิติเป็นข้อเสนอแนะเพื่อเพิ่ม ประสิทธิภาพในงานอาชีพได้ อย่างสมเหตุสมผล ตรงตามข้อ กำหนดมาตรฐานวิชาชีพ	สามารถแปลผลลัพธ์เชิงตัวเลข เป็นข้อเสนอแนะในงานอาชีพ ได้ดี แต่การเชื่อมโยงกับ มาตรฐานวิชาชีพยังไม่เด่นชัด	แปลผลลัพธ์เชิง ตัวเลขได้ แต่ข้อ เสนอแนะในการแก้ ปัญหาในงานอาชีพ ยังไม่สมเหตุสมผล หรือดูเกินจริง	ไม่สามารถแปล ผลลัพธ์เชิง ตัวเลขมาเป็น ข้อเสนอแนะ เพื่อใช้ ประโยชน์ใน งานอาชีพได้
4.ความ รอบคอบและ ความ รับผิดชอบใน งาน กลุ่ม (A)	สมาชิกทุกคนร่วมมือกันอย่างแข็ง ขัน มีการตรวจสอบความถูกต้อง ของงานอย่างละเอียดทุกขั้นตอน และส่งมอบงานตรงตามเวลาที่ กำหนด	สมาชิกมีความร่วมมือกันดี ตรวจสอบความถูกต้องของงาน ก่อนส่ง แต่อาจส่งงานช้ากว่า เวลาที่กำหนดเล็กน้อย (ไม่เกิน 5 นาที)	สมาชิกมีความร่วมมือกันดี ตรวจสอบ ความถูกต้องของงาน ก่อนส่ง แต่อาจส่ง งานช้ากว่าเวลาที่ กำหนดเล็กน้อย (ไม่ เกิน 5 นาที)	สมาชิกบางส่วน ไม่ได้ร่วมทำ กิจกรรม การ ตรวจสอบงาน ทำอย่างเร่งรีบ ทำให้มีจุดผิด พลาด และส่ง งานช้า

เกณฑ์ Rubric กิจกรรมที่ 2: ใบกิจกรรมเรื่อง การออกแบบเชือกเก็บน้ำให้มีปริมาตรสูงสุด

ประเด็นการประเมิน	ดีเยี่ยม (4 คะแนน)	ดี (3 คะแนน)	พอใช้ (2 คะแนน)	ปรับปรุง (1 คะแนน)
1. ความถูกต้องของเนื้อหา คณิตศาสตร์ และกราฟ (S)	มีองค์ประกอบครบถ้วน (ฟังก์ชัน, วิธีคำนวณ, กราฟ) ข้อมูลถูกต้อง 100% กราฟพล็อตจุดสูงสุดและสเกลได้อย่างแม่นยำ	มีองค์ประกอบครบ 3 ส่วน ข้อมูลและวิธีคำนวณถูกต้อง แต่อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อยในการวาดกราฟ (เช่น ลืมเขียนชื่อแกน หรือ สเกลคลาดเคลื่อน)	มีองค์ประกอบครบ แต่ข้อมูลในขั้นตอนการคำนวณหรือตัวกราฟมีข้อผิดพลาดหลายจุดที่ส่งผลต่อคำตอบหลัก	ข้อมูลไม่ครบถ้วนตามที่กำหนด (ขาดกราฟ หรือ ขาดขั้นตอนคำนวณ) และคำตอบไม่ถูกต้อง
2. การออกแบบและการสื่อสารข้อมูล (Ap)	จัดวางองค์ประกอบในรูปแบบ Data Storytelling ได้น่าสนใจ อ่านง่าย สวยงาม มีความเป็นมืออาชีพ สื่อสารให้เข้าใจ กระบวนการทางวิศวกรรมได้ทันที	จัดวางองค์ประกอบได้ดี มีระเบียบและอ่านง่าย แต่การใช้สีหรือกราฟิกยังไม่ช่วยขับเน้นข้อมูลสำคัญให้โดดเด่นเท่าที่ควร	เป็นการนำข้อความและตัวเลขมาวางต่อกันธรรมดา (ไม่เป็น Infographic) แต่ยังพออ่านจับใจความตามขั้นตอนได้	จัดวางองค์ประกอบสับสน วุ่นวาย อ่านเข้าใจยาก และไม่สื่อความหมายใดๆ
3. ความรอบคอบและความรับผิดชอบในงานกลุ่ม (A)	มีการตรวจสอบความถูกต้องของงานอย่างละเอียด ทุกขั้นตอนและส่งมอบงานตรงตามเวลาที่กำหนด	ตรวจสอบความถูกต้องของงานก่อนส่ง แต่อาจส่งงานช้ากว่าเวลาที่กำหนดเล็กน้อย	การตรวจสอบงานทำอย่างเร่งรีบทำให้มีจุดผิดพลาด และส่งงานช้า	งานไม่สำเร็จตามเวลา และไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องของชิ้นงานเลย

เกณฑ์ Rubric แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

คะแนน	ร้อยละ	ระดับคุณภาพ	ความหมาย
9-10	90-100	ดีเยี่ยม	มีความรู้และสามารถประยุกต์ใช้ข้อพินธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดได้อย่างถูกต้อง
7-8	70-89	ดี	มีความรู้และสามารถประยุกต์ใช้ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
5-6	50-69	พอใช้	มีความรู้พื้นฐาน แต่ยั้งต้องได้รับการพัฒนาในการวิเคราะห์และแปลผล
0-4	ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง	ควรได้รับการส่งเสริมและฝึกฝนเพิ่มเติม

เกณฑ์การผ่าน

ผู้เรียนต้องมีคะแนน ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70

หรือ 7 คะแนน จากคะแนนเต็ม 10 คะแนน จึงถือว่า ผ่านเกณฑ์การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ใบกิจกรรมเรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

เรื่อง การออกแบบมุมเอียงแผงโซลาร์เซลล์ให้ผลิตพลังงานสูงสุด

สถานการณ์

วิทยาลัยเทคนิคแห่งหนึ่งได้รับงบประมาณจากโครงการส่งเสริมพลังงานสะอาดในการติดตั้งระบบผลิตไฟฟ้าด้วยแผงโซลาร์เซลล์บนอาคารเรียน เพื่อช่วยลดค่าใช้จ่ายด้านพลังงานไฟฟ้าและเป็นแหล่งเรียนรู้ให้นักศึกษาแผนกวิชาไฟฟ้ากำลัง ก่อนดำเนินการติดตั้งจริง วิศวกรผู้ออกแบบต้องศึกษาว่าแผงโซลาร์เซลล์ควรติดตั้งที่มุมเอียงเท่าใดจึงจะรับพลังงานแสงอาทิตย์ได้มากที่สุด เนื่องจากหากติดตั้งในมุมที่ไม่เหมาะสม แผงจะรับแสงอาทิตย์ได้ไม่เต็มประสิทธิภาพส่งผลให้กำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้ลดลง แม้ว่าจะใช้จำนวนแผงเท่าเดิมก็ตาม

จากการทดลองและเก็บข้อมูลตลอดทั้งปี พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างมุมเอียงของแผงกับกำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้ สามารถประมาณได้ด้วยฟังก์ชัน

$$P(x) = -0.05x^2 + 3x + 120$$

โดยที่

- $P(x)$ คือ กำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้ (กิโลวัตต์)
 - x คือ มุมเอียงของแผงโซลาร์เซลล์ (องศา)
- กำหนดให้มุมเอียงอยู่ในช่วง $0 \leq x \leq 60$

ในฐานะนักศึกษา ให้ใช้ความรู้เรื่องอนุพันธ์ในการวิเคราะห์หามุมเอียงที่เหมาะสมที่สุด พร้อมอธิบายเหตุผลเชิงวิศวกรรมตามคำถามต่อไปนี้

1. วิเคราะห์ลักษณะของฟังก์ชัน

2. หาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

3. หา Critical Point

4. ตรวจสอบด้วยอนุพันธ์อันดับสอง

5. เปรียบเทียบค่าที่ปลายช่วง

6. วาดกราฟ

7. อธิบายเหตุผลว่าทำไมเมนูดังกล่าวจึงเหมาะสม

8. หากติดตั้งเอียงมากเกินไปจะเกิดผลอย่างไร

9. หากเอียงน้อยเกินไปจะเกิดผลอย่างไร

10. สรุปแนวทางการออกแบบ

ใบกิจกรรมเรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

เรื่อง การหาความเร็วที่ประหยัดเชื้อเพลิงที่สุด

สถานการณ์

บริษัทผู้ผลิตรถยนต์กำลังทดสอบรถยนต์รุ่นใหม่ก่อนออกสู่ตลาด โดยทีมวิศวกรได้ทดลองขับรถที่ความเร็วต่าง ๆ บนสนามทดสอบมาตรฐาน เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับอัตราการสิ้นเปลืองเชื้อเพลิง ผลการทดลองพบว่า หากขับช้าหรือเร็วเกินไป รถจะใช้น้ำมันมากกว่าปกติ เนื่องจากเครื่องยนต์ทำงานไม่อยู่ในช่วงที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ข้อมูลจากการทดลองสามารถประมาณได้ด้วยฟังก์ชัน

$F(v)=0.002v^2-0.4v+50$ โดย

- v คือ ความเร็วของรถ (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)
- $F(v)$ คือ อัตราการสิ้นเปลืองเชื้อเพลิง (ลิตรต่อ 100 กิโลเมตร)

กำหนดให้ $40 \leq v \leq 160$

ให้ใช้หลักการของอนุพันธ์วิเคราะห์และตอบคำถามดังต่อไปนี้

1 วิเคราะห์ฟังก์ชัน

2 หาอนุพันธ์

3 หา Critical Point

4 ตรวจสอบอนุพันธ์อันดับสอง

5 เปรียบเทียบค่าปลายช่วง

6 หาอัตราสิ้นเปลืองต่ำสุด

7 วาดกราฟ

8 วิเคราะห์ผล

9 ถ้าขับเร็วเกินไปเกิดอะไร

10 สรุปแนวทางการขับขี่เชิงประหยัด

ใบกิจกรรมเรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

เรื่อง การออกแบบระบบแสงสว่างในโรงงานให้ใช้พลังงานอย่างคุ้มค่า

สถานการณ์

โรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่งต้องการปรับปรุงระบบไฟฟ้าส่องสว่างภายในสายการผลิต เพื่อลดค่าใช้จ่ายด้านพลังงาน แต่ยังคงรักษาค่าความสว่างให้เหมาะสมตามมาตรฐานความปลอดภัย วิศวกรไฟฟ้าพบว่าหากติดตั้งหลอดไฟมากเกินไป จะสิ้นเปลืองพลังงานและงบประมาณ แต่หากติดตั้งน้อยเกินไป จะส่งผลต่อประสิทธิภาพในการทำงานและความปลอดภัยของพนักงาน

จากการเก็บข้อมูลและวิเคราะห์ พบว่า **ค่าดัชนีประสิทธิภาพของระบบแสงสว่าง** สามารถประมาณได้ด้วยฟังก์ชัน

$E(x) = -0.02x^2 + 2x + 40$ โดยที่

- x = จำนวนโคมไฟ LED ที่ติดตั้ง (หน่วย: ชุด)
- $E(x)$ = ดัชนีประสิทธิภาพของระบบแสงสว่าง (คะแนน)
- กำหนดให้ $10 \leq x \leq 80$

ให้ใช้หลักการของอนุพันธ์วิเคราะห์และตอบคำถามดังต่อไปนี้

1 วิเคราะห์ฟังก์ชัน

2 หาอนุพันธ์

3 หา Critical Point

4 ตรวจสอบอนุพันธ์อันดับสอง

5 เปรียบเทียบค่าปลายช่วง

6 หาอัตราสิ้นเปลืองต่ำสุด

7 วาดกราฟ

8 วิเคราะห์ผล

ใบกิจกรรมเรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์ในการวิเคราะห์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

เรื่อง ออกแบบชิ้นส่วนเครื่องยนต์ให้รับแรงได้มากที่สุด

สถานการณ์

วิศวกรกำลังออกแบบลูกสูบ

$$F(x) = -0.08x^2 + 6.4x + 40$$

โดย $0 \leq x \leq 60$

x คือ ความหนาของลูกสูบ (มิลลิเมตร)

คำถาม

1 วิเคราะห์ฟังก์ชัน

2 หาอนุพันธ์

3 หา Critical Point

4 ตรวจสอบด้วยอนุพันธ์อันดับสอง

5 เปรียบเทียบค่าปลายช่วง

6 หาแรงสูงสุด

7 วาดกราฟ

8 วิเคราะห์ผลทางวิศวกรรม

9 หากบางเกินไปเกิดอะไร

10 หากหนาเกินไปเกิดอะไร

ใบกิจกรรมที่ เรื่อง การออกแบบเขื่อนกักเก็บน้ำให้มีปริมาตรสูงสุด

คำชี้แจง ให้ผู้เรียน วิเคราะห์ฟังก์ชัน $V(h)$ ที่กำหนดให้ ดำเนินการหาอนุพันธ์ และคำนวณหาความสูงของเขื่อนที่เหมาะสมที่สุด

สถานการณ์

จังหวัดน่าน ประสบปัญหาการขาดแคลนน้ำในช่วงฤดูแล้งติดต่อกันหลายปี ส่งผลให้เกษตรกรไม่สามารถเพาะปลูกได้ตามแผน และชุมชนต้องซื้อน้ำเพื่ออุปโภคบริโภคในราคาสูง องค์การบริหารส่วนจังหวัดจึงมีโครงการก่อสร้าง เขื่อนกักเก็บน้ำขนาดกลาง เพื่อสำรองน้ำไว้ใช้ตลอดทั้งปี และลดความเสี่ยงจากปัญหายุ่งยากในอนาคต

ทีมวิศวกรโยธาและช่างก่อสร้างได้รับมอบหมายให้ออกแบบอ่างเก็บน้ำ โดยมีข้อจำกัดด้านงบประมาณ พื้นที่ก่อสร้าง และความมั่นคงของโครงสร้างเขื่อน จึงไม่สามารถออกแบบให้เขื่อนมีความลึกมากเกินไปได้ เพราะจะทำให้ต้นทุนการก่อสร้างสูงขึ้นและเพิ่มแรงดันน้ำที่กระทำต่อผนังเขื่อน ในทางกลับกัน หากออกแบบให้เขื่อนตื้นเกินไป ก็จะกักเก็บน้ำได้ไม่เพียงพอต่อความต้องการของชุมชน

จากการสำรวจพื้นที่และวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น วิศวกรพบว่า เมื่อกำหนดให้พื้นที่ผิวของอ่างเก็บน้ำมีขนาดคงที่ ปริมาตรน้ำที่สามารถกักเก็บได้มีความสัมพันธ์กับความลึกของอ่างเก็บน้ำ และสามารถประมาณได้ด้วยฟังก์ชัน

$$V(h)=40h-h^2$$

$$\text{กำหนด } 0 \leq h \leq 40$$

เมื่อ

- h คือ ความลึกของอ่างเก็บน้ำ (เมตร)
- $V(h)$ คือ ปริมาตรน้ำที่กักเก็บได้ (หน่วย: ล้านลูกบาศก์เมตร)

ในฐานะ นักศึกษาสาขาวิชาช่างก่อสร้าง ซึ่งได้รับมอบหมายให้เป็นผู้ช่วยวิศวกรผู้ออกแบบโครงการ จงใช้ความรู้เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน วิเคราะห์ฟังก์ชัน $V(h)$ ที่กำหนดให้ ดำเนินการหาอนุพันธ์ และคำนวณหาความสูงของเขื่อนที่เหมาะสมที่สุด ที่ทำให้สามารถกักเก็บน้ำได้มากที่สุด พร้อมอธิบายเหตุผลเชิงวิศวกรรมว่าทำไมค่าที่ได้จึงเหมาะสม และเสนอแนวทางในการออกแบบที่คำนึงถึงทั้งประสิทธิภาพ ความปลอดภัย และความคุ้มค่าของโครงการ

แบบทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน เรื่อง หาค่าสูงสุดและต่ำสุดเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการในงานอาชีพ

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบมีจำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
2. จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ 1 ข้อใดกล่าวถึง "ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน" ได้ถูกต้อง

- ก. ค่าที่น้อยที่สุดของฟังก์ชัน
- ข. ค่าที่ฟังก์ชันมีค่ามากที่สุดในช่วงที่กำหนด**
- ค. จุดที่อนุพันธ์ไม่มีค่าเสมอ
- ง. จุดที่กราฟตัดแกน X

ข้อ 2 หาก $f'(x)=0$

แล้วข้อใดถูกต้อง

- ก. เป็นจุดวิกฤตของฟังก์ชัน**
- ข. เป็นค่าสูงสุดเสมอ
- ค. เป็นค่าต่ำสุดเสมอ
- ง. เป็นจุดตัดแกน Y

ข้อ 3 ข้อใดใช้ตรวจสอบว่าเป็นค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

- ก. อนุพันธ์อันดับหนึ่ง
- ข. อนุพันธ์อันดับสอง**
- ค. อินทิกรัล
- ง. ลิมิต

ข้อ 4 กำหนด $f(x)=-x^2+6x+5$ ค่าของ $f'(x)$ คือข้อใด

- ก. $2x+6$
- ข. $-2x+6$**
- ค. $-x+6$
- ง. $-2x$

ข้อ 5 จากข้อ 4 ค่าของ x ที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุดคือข้อใด

- ก. 2
- ข. 3**
- ค. 4
- ง. 6

ข้อ 6 โรงงานต้องการออกแบบระบบแสงสว่างให้ใช้พลังงานอย่างคุ้มค่า การใช้อนุพันธ์มีวัตถุประสงค์เพื่ออะไร

ก. คำนวณค่าไฟฟ้าทั้งปี

ข. หาจำนวนโคมไฟที่เหมาะสมที่สุด

ค. คำนวณกำลังไฟของหลอดไฟ

ง. คำนวณค่าแรงช่างติดตั้ง

ข้อ 7 วิศวกรออกแบบเขื่อนต้องการหาความลึกที่ทำให้กักเก็บน้ำได้มากที่สุด การหาคำตอบควรใช้หลักการใด

ก. ลิมิต

ข. อนุพันธ์

ค. เมทริกซ์

ง. ความน่าจะเป็น

ข้อ 8 ช่างยนต์ต้องการหาความเร็วที่ประหยัดน้ำมันที่สุด ข้อใดคือเหตุผลของการใช้อนุพันธ์

ก. เพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของตัวแปร

ข. เพื่อคำนวณระยะทาง

ค. เพื่อคำนวณแรงม้า

ง. เพื่อคำนวณเวลาเดินทาง

ข้อ 9 หาก $f'(x) < 0$ แสดงว่า

ก. เป็นค่าต่ำสุด

ข. เป็นค่ามากที่สุด

ค. ฟังก์ชันไม่มีอนุพันธ์

ง. กราฟเป็นเส้นตรง

ข้อ 10 ข้อใดเป็นตัวอย่างการประยุกต์ใช้ค่าสูงสุด-ค่าต่ำสุดในงานอาชีพ

ก. คำนวณพื้นที่สามเหลี่ยม

ข. ออกแบบเขื่อนให้กักเก็บน้ำได้มากที่สุด

ค. แปลงหน่วยวัด

ง. คำนวณค่าเฉลี่ยคะแนนสอบ

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ (Test Blueprint)

ข้อ	เป้าหมาย	ระดับพฤติกรรม (Bloom)
1	อธิบายความหมายของค่าสูงสุด-ค่าต่ำสุด	จำ (Remember)
2	ระบุจุดวิกฤต	เข้าใจ (Understand)
3	เลือกวิธีตรวจสอบค่าสูงสุด-ค่าต่ำสุด	เข้าใจ (Understand)
4	หาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน	ประยุกต์ใช้ (Apply)
5	หาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยอนุพันธ์	วิเคราะห์ (Analyze)
6	ประยุกต์ใช้ในงานไฟฟ้า	วิเคราะห์ (Analyze)
7	ประยุกต์ใช้ในงานก่อสร้าง	วิเคราะห์ (Analyze)
8	ประยุกต์ใช้ในงานช่างยนต์	วิเคราะห์ (Analyze)
9	แปลผลจากอนุพันธ์อันดับสอง	วิเคราะห์ (Analyze)
10	เชื่อมโยงกับงานอาชีพ	ประเมินค่า (Evaluate)

ใบช่วยสอน

ใบช่วยสอน (Instruction Sheet)	การนำไปใช้
ใบความรู้ (Information Sheet)	ใช้เพื่อรวบรวม เรียบเรียง จัดระบบองค์ความรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ได้ง่ายขึ้น อาจใช้ในกรณี ที่ต้องนำความรู้มาจากตำราหลายเล่ม หรือ หนังสือเรียน มีเนื้อหาไม่ครบถ้วน
ใบงาน (Job Sheet)	เป็นใบช่วยสอน ที่เขียนขึ้นมาเพื่อบ่งบอกขั้นตอน การปฏิบัติงาน วิธีการและเงื่อนไขต่าง ๆ ในการปฏิบัติ เพื่อให้ผู้เรียนฝึกทักษะทางวิชาชีพ ให้มีสมรรถนะตามที่ กำหนดไว้ในหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งในบางศาสตร์ จะเรียก ต่างการไปเช่น ใบทดลองหรือใบประลอง (Lab Sheet) ใบกิจกรรม (Activity Sheet)
ใบปฏิบัติงาน (Operation Sheet)	เป็นใบช่วยสอน ที่เขียนขึ้นมาเพื่อบ่งบอกในขั้นตอนหนึ่งของการปฏิบัติงาน หรืองานย่อยอย่างชัดเจน มักใช้ควบคู่กับ ใบงาน หรือใบมอบหมายงาน
ใบมอบหมายงาน (Assignment Sheet)	เป็นใบช่วยสอน ที่เขียนขึ้นมาเพื่อ กำหนดงาน หรือมอบหมายงานให้ผู้เรียนนำไปศึกษาค้นคว้า และการ ปฏิบัติงาน

	ใบความรู้ ที่.....1....	หน่วยที่4
	รหัสวิชา 30000-1404 ชื่อวิชา แคลคูลัส 1 (Calculus 1)	สอนครั้งที่8
	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การประยุกต์อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต	ทฤษฎี1ชม. ปฏิบัติ0ชม.
ชื่อเรื่อง/งาน หาค่าสูงสุดและต่ำสุดเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการในงานอาชีพ		

1. ผลลัพธ์การเรียนรู้ระดับหน่วยการเรียนรู้

แก้ปัญหาอัตราการเปลี่ยนแปลง ค่าสูงสุดต่ำสุด และการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงเพื่อสนับสนุนการตัดสินใจในงานอาชีพ

2. อ้างอิงมาตรฐาน/เชื่อมโยงกลุ่มอาชีพ

-

3. สมรรถนะประจำหน่วย

3.1 ประมวลความรู้เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้หลักการอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

3.2 แก้ปัญหาอัตราการเปลี่ยนแปลงค่าสูงสุดต่ำสุดและการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงเพื่อสนับสนุนการตัดสินใจในงานอาชีพตามข้อกำหนดมาตรฐานวิชาชีพ

4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

4.1 ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายขั้นตอนการใช้หลักการอนุพันธ์เพื่อหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชันพีชคณิตจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้อย่างเป็นระบบตามหลักคณิตศาสตร์

4.2 ผู้เรียนสามารถดำเนินการคำนวณและสร้างแบบจำลองฟังก์ชันเพื่อหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด (เช่น การหาพื้นที่สูงสุด หรือต้นทุนต่ำสุด) จากโจทย์สถานการณ์จำลองในงานอาชีพได้อย่างถูกต้องตามขั้นตอน

4.3 ผู้เรียนแสดงออกถึงความรอบคอบ ความรับผิดชอบ และความเพียรพยายามในการตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลตัวเลขสถิติและผลลัพธ์ในระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม

4.4 สามารถวางแผนร่วมกับทีมเพื่อประยุกต์ใช้ผลลัพธ์การหาค่าสูงสุดต่ำสุดที่ได้จากการอนุพันธ์ ไปชี้แนะแนวทางเพิ่มประสิทธิภาพหรือช่วยสนับสนุนการตัดสินใจแก้ปัญหาในงานอาชีพได้อย่างสมเหตุสมผล

5. เนื้อหาสาระ

การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานอาชีพ

ความสำคัญของการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

ในงานด้านวิศวกรรม อุตสาหกรรม และเทคโนโลยี การตัดสินใจเลือกค่าที่เหมาะสมที่สุดมีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะส่งผลต่อประสิทธิภาพ ความปลอดภัย และต้นทุนในการดำเนินงาน เช่น การออกแบบโครงสร้างอาคาร การติดตั้งระบบไฟฟ้า การออกแบบเครื่องยนต์ หรือการบริหารจัดการพลังงาน หากเลือกค่าที่ไม่เหมาะสมอาจทำให้สิ้นเปลืองงบประมาณ ใช้ทรัพยากรเกินความจำเป็น หรือทำให้ประสิทธิภาพของระบบลดลง

ในทางคณิตศาสตร์ ปัญหาลักษณะนี้สามารถแก้ไขได้โดยใช้ อนุพันธ์ (Derivative) เพื่อหาค่าสูงสุด (Maximum Value) หรือค่าต่ำสุด (Minimum Value) ของฟังก์ชัน ซึ่งเป็นเครื่องมือสำคัญของแคลคูลัสที่ช่วยวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของปริมาณต่าง ๆ และสนับสนุนการตัดสินใจในการทำงานจริง

ความหมายของค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

ค่าสูงสุด (Maximum Value) คือ ค่าที่มากที่สุดของฟังก์ชันภายในช่วงที่กำหนด

ค่าต่ำสุด (Minimum Value) คือ ค่าที่น้อยที่สุดของฟังก์ชันภายในช่วงที่กำหนด

ตัวอย่างเช่น

- หาพื้นที่มากที่สุดของโกดังเก็บสินค้า
- หาปริมาณมากที่สุดของอ่างเก็บน้ำ
- หาต้นทุนต่ำสุดในการผลิตสินค้า
- หาความเร็วที่ประหยัดเชื้อเพลิงที่สุด

หลักการใช้อนุพันธ์หาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแปรและสร้างฟังก์ชันที่แทนสถานการณ์

ตัวอย่าง $V(x)=40x-x^2$

ขั้นที่ 2 หาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

$$V'(x)=40-2x$$

หา จุดวิกฤต (Critical Point)

โดยให้ $V'(x)=0$

$$\text{จะได้ } 40-2x=0$$

$$x=20$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบด้วยอนุพันธ์อันดับสอง

$$V''(x)=-2$$

$$\text{เมื่อ } V''(20)<0$$

แสดงว่าเป็น ค่าสูงสุด

ขั้นที่ 5 แทนค่ากลับในฟังก์ชันเดิม

$$V(20)=40(20)-20^2=400$$

ดังนั้น ปริมาณน้ำสูงสุดเท่ากับ 400 หน่วย

หลักการวิเคราะห์กราฟ

$$f''(x) > 0$$

กราฟเปิดขึ้น (พาราโบลาหงาย)

มีค่าต่ำสุด

$$\text{หาก } f''(x) < 0$$

กราฟเปิดลง (พาราโบลาคว่ำ)

มีค่าสูงสุด

1. งานด้านไฟฟ้า

วิศวกรไฟฟ้าใช้การหาค่าสูงสุด-ค่าต่ำสุดในการ

- ออกแบบมุมเอียงของแผงโซลาร์เซลล์ให้ผลิตพลังงานสูงสุด
- ออกแบบระบบแสงสว่างให้ใช้พลังงานอย่างคุ้มค่า
- คำนวณจำนวนโคมไฟที่เหมาะสม
- ลดต้นทุนค่าไฟฟ้าในโรงงาน

2. งานด้านช่างก่อสร้าง

วิศวกรโยธาใช้ในการ

- ออกแบบเขื่อนกักเก็บน้ำให้เก็บน้ำได้มากที่สุด
- ออกแบบถังเก็บน้ำให้มีปริมาตรสูงสุด
- ออกแบบพื้นที่ใช้งานให้คุ้มค่าที่สุด
- ลดต้นทุนการก่อสร้าง

3. งานด้านช่างยนต์

วิศวกรเครื่องกลใช้ในการ

- หาความเร็วที่ประหยัดเชื้อเพลิงที่สุด
- ออกแบบเครื่องยนต์ให้มีกำลังสูงสุด
- ลดการสูญเสียพลังงาน
- เพิ่มประสิทธิภาพการทำงานของเครื่องจักร

4. งานด้านอุตสาหกรรม

วิศวกรอุตสาหกรรมใช้ในการ

- วางแผนการผลิตให้ต้นทุนต่ำที่สุด
- เพิ่มกำลังการผลิต
- ลดของเสียในกระบวนการผลิต
- เพิ่มประสิทธิภาพการใช้ทรัพยากร

ตัวอย่างสถานการณ์

โรงงานแห่งหนึ่งต้องการออกแบบระบบแสงสว่างให้ใช้พลังงานอย่างคุ้มค่า

6. แบบฝึกหัด/แบบทดสอบ

แบบทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน เรื่อง หาค่าสูงสุดและต่ำสุดเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการในงานอาชีพ

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบมีจำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
2. จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ 1 ข้อใดกล่าวถึง "ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน" ได้ถูกต้อง

ก. ค่าที่น้อยที่สุดของฟังก์ชัน

ข. ค่าที่ฟังก์ชันมีค่ามากที่สุดในช่วงที่กำหนด

ค. จุดที่อนุพันธ์ไม่มีค่าเสมอ

ง. จุดที่กราฟตัดแกน X

ข้อ 2 หาก $f'(x)=0$

แล้วข้อใดถูกต้อง

ก. เป็นจุดวิกฤตของฟังก์ชัน

ข. เป็นค่าสูงสุดเสมอ

ค. เป็นค่าต่ำสุดเสมอ

ง. เป็นจุดตัดแกน Y

ข้อ 3 ข้อใดใช้ตรวจสอบว่าเป็นค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

ก. อนุพันธ์อันดับหนึ่ง

ข. อนุพันธ์อันดับสอง

ค. อินทิกรัล

ง. ลิมิต

ข้อ 4 กำหนด $f(x)=-x^2+6x+5$ ค่าของ $f'(x)$ คือข้อใด

ก. $2x+6$

ข. $-2x+6$

ค. $-x+6$

ง. $-2x$

ข้อ 5 จากข้อ 4 ค่าของ x ที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุดคือข้อใด

- ก. 2
- ข. 3**
- ค. 4
- ง. 6

ข้อ 6 โรงงานต้องการออกแบบระบบแสงสว่างให้ใช้พลังงานอย่างคุ้มค่า การใช้อุปกรณ์มีวัตถุประสงค์เพื่ออะไร

- ก. คำนวณค่าไฟฟ้าทั้งปี
- ข. หาจำนวนโคมไฟที่เหมาะสมที่สุด**
- ค. คำนวณกำลังไฟของหลอดไฟ
- ง. คำนวณค่าแรงช่างติดตั้ง

ข้อ 7 วิศวกรออกแบบเขื่อนต้องการหาความลึกที่ทำให้กักเก็บน้ำได้มากที่สุด การหาคำตอบควรใช้หลักการใด

- ก. ลิมิต
- ข. อนุพันธ์**
- ค. เมทริกซ์
- ง. ความน่าจะเป็น

ข้อ 8 ช่างยนต์ต้องการหาความเร็วที่ประหยัดน้ำมันที่สุด ข้อใดคือเหตุผลของการใช้ออนุพันธ์

- ก. เพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของตัวแปร**
- ข. เพื่อคำนวณระยะทาง
- ค. เพื่อคำนวณแรงม้า
- ง. เพื่อคำนวณเวลาเดินทาง

ข้อ 9 หาก $f'(x) < 0$ แสดงว่า

- ก. เป็นค่าต่ำสุด
- ข. เป็นค่ามากที่สุด**
- ค. ฟังก์ชันไม่มีอนุพันธ์
- ง. กราฟเป็นเส้นตรง

ข้อ 10 ข้อใดเป็นตัวอย่างการประยุกต์ใช้ค่าสูงสุด-ค่าต่ำสุดในงานอาชีพ

- ก. คำนวณพื้นที่สามเหลี่ยม
- ข. ออกแบบเขื่อนให้กักเก็บน้ำได้มากที่สุด**
- ค. แปลงหน่วยวัด
- ง. คำนวณค่าเฉลี่ยคะแนนสอบ

7. เอกสารอ้างอิง (ชั้นหน้าใหม่)

8. ภาคผนวก (เฉลยแบบฝึกหัด เฉลยแบบทดสอบ ฯ)

- 1 ข
- 2 ก
- 3 ข
- 4 ข
- 5 ข
- 6 ข
- 7 ข
- 8 ก
- 9 ข
- 10 ข

ใบช่วยสอน

หาค่าสูงสุดและต่ำสุด

ใช้ได้กับงานอาชีพ หลายสาขา



เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในงานอาชีพ



ไฟฟ้า



ก่อสร้าง



ช่างยนต์

การหาค่าสูงสุด (Maximum) และค่าต่ำสุด (Minimum) ของฟังก์ชัน
ช่วยให้เราตัดสินใจเลือกทางเลือกที่ดีที่สุด เช่น กำไรสูงสุด ต้นทุนต่ำสุด พื้นที่มากที่สุด
หรือใช้วัสดุน้อยที่สุด ทำให้งานมีประสิทธิภาพ คุ่มค่า และปลอดภัยมากขึ้น



แนวคิดสำคัญ

- ค่าสูงสุด (Maximum) คือ ค่าที่มากที่สุดของฟังก์ชันในช่วงที่กำหนด
- ค่าต่ำสุด (Minimum) คือ ค่าที่น้อยที่สุดของฟังก์ชันในช่วงที่กำหนด
- อนุพันธ์ (Derivative) ช่วยหาค่าที่ทำให้ฟังก์ชันเพิ่มขึ้น-ลดลง เพื่อหาจุดที่ดีที่สุด

ประเภทของจุดค่าสูงสุด

ลักษณะกราฟ	การเปลี่ยนแปลงของ $f'(x)$	ผลลัพธ์
	เปลี่ยนจาก + เป็น -	จุดสูงสุด
	เปลี่ยนจาก - เป็น +	จุดต่ำสุด
	ไม่เปลี่ยนเครื่องหมาย	ไม่เป็นจุดค่าสูงสุด

กระบวนการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

- กำหนดตัวแปรและสร้างฟังก์ชัน**
กำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และเขียนฟังก์ชันที่ต้องการหาค่าสูงสุด/ต่ำสุด
- หาอนุพันธ์**
หา $f'(x)$ ของฟังก์ชัน
- หาจุดวิกฤต (Critical Point)**
แก้สมการ $f'(x) = 0$ หรือหาจุดที่ $f'(x)$ ไม่กำหนด
- วิเคราะห์จุดวิกฤต**
ทดสอบด้วย $f''(x)$ หรือพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของ $f'(x)$
- ตรวจสอบปลายช่วง (ถ้ามีช่วงจำกัด)**
แทนค่าที่ปลายช่วงในฟังก์ชัน
- สรุปคำตอบ**
เลือกค่าที่ให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดตามโจทย์

การทดสอบเพื่อบอกชนิดของจุดวิกฤต

- ทดสอบด้วยอนุพันธ์อันดับสอง ($f''(x)$)
 - ถ้า $f''(x) < 0 \rightarrow$ จุดสูงสุด
 - ถ้า $f''(x) > 0 \rightarrow$ จุดต่ำสุด
 - ถ้า $f''(x) = 0 \rightarrow$ สรุปไม่ได้ ต้องใช้วิธีอื่น
- ทดสอบด้วยการเปลี่ยนแปลงเครื่องหมายของ $f'(x)$
 - เปลี่ยนจาก + เป็น - $\rightarrow$ จุดสูงสุด
 - เปลี่ยนจาก - เป็น + $\rightarrow$ จุดต่ำสุด
 - ไม่เปลี่ยนเครื่องหมาย $\rightarrow$ ไม่เป็นจุดค่าสูงสุด

สัญลักษณ์ที่ควรรู้

$f(x)$	ฟังก์ชันที่ต้องการศึกษา
$f'(x)$	อนุพันธ์อันดับหนึ่ง
$f''(x)$	อนุพันธ์อันดับสอง
จุดวิกฤต	จุดที่ทำให้ $f'(x) = 0$ หรือ $f'(x)$ ไม่กำหนด
ช่วงกำหนด	ช่วงค่าของตัวแปรที่พิจารณา

ตัวอย่างการประยุกต์ในงานอาชีพ

1 งานไฟฟ้า : ออกแบบมุมเอียงแผงโซลาร์เซลล์



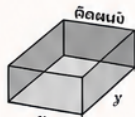
กำลังไฟฟ้าที่ผลิตได้ (หน่วย: วัตต์)
ขึ้นกับมุมเอียง θ (องศา)
 $P(\theta) = -0.05\theta^2 + 3\theta + 120$
 $0 \leq \theta \leq 60$
จงหามุมเอียงที่ทำให้ได้กำลังไฟฟ้าสูงสุด

วิธีทำย่อ

- $P'(\theta) = -0.1\theta + 3$
- $P'(\theta) = 0 \Rightarrow -0.1\theta + 3 = 0 \Rightarrow \theta = 30$
- $P''(\theta) = -0.1 < 0 \rightarrow$ จุดสูงสุด
- $P_{\max} = P(30) = -0.05(30)^2 + 3(30) + 120 = 165$

ตอบ มุมเอียง 30° ทำให้ได้กำลังไฟฟ้าสูงสุด 165 วัตต์

2 งานก่อสร้าง : ออกแบบพื้นที่ห้องเก็บของ



มีรั้วยาว 40 เมตร สร้างห้องเก็บของ
ชิดผนัง โดยกิน 3 ด้าน
ให้ด้านกว้าง = x เมตร
ด้านยาว = y เมตร
พื้นที่ $A = xy$ จงหาขนาดที่ทำให้
พื้นที่มากที่สุด

วิธีทำย่อ

- รั้วยาว 3 ด้าน $\Rightarrow 2x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - 2x$
 $A(x) = x(40 - 2x) = 40x - 2x^2$
 $A'(x) = 40 - 4x = 0 \Rightarrow x = 10$
 $A''(x) = -4 < 0 \rightarrow$ จุดสูงสุด
 $y = 40 - 2(10) = 20$
 $A_{\max} = 10(20) = 200$ ตร.ม.
 ตอบ กว้าง 10 เมตร ยาว 20 เมตร พื้นที่มากที่สุด 200 ตร.ม.

3 งานช่างยนต์ : ความเร็วที่ประหยัดน้ำมันที่สุด



อัตราสิ้นเปลืองน้ำมัน (กม./ลิตร)
ขึ้นกับความเร็ว v (กม./ชม.)
 $F(v) = 0.002v^2 - 0.4v + 50$

จงหาความเร็วที่ทำให้สิ้นเปลืองน้ำมันน้อยที่สุด

วิธีทำย่อ

- $F'(v) = 0.004v - 0.4$
- $F'(v) = 0 \Rightarrow 0.004v - 0.4 = 0 \Rightarrow v = 100$
- $F''(v) = 0.004 > 0 \rightarrow$ จุดต่ำสุด
- $F_{\min} = F(100) = 0.002(100)^2 - 0.4(100) + 50 = 30$

ตอบ ความเร็ว 100 กม./ชม. ประหยัดน้ำมันที่สุด 30 กม./ลิตร

เคล็ดลับการทำความเข้าใจ

- ✓ อ่านโจทย์ให้เข้าใจ กำหนดสิ่งที่ต้องการให้ชัดเจน
- ✓ กำหนดตัวแปรและหน่วยให้ถูกต้อง
- ✓ เขียนฟังก์ชันให้ตรงกับสถานการณ์
- ✓ ตรวจสอบคำตอบว่าอยู่ในช่วงที่กำหนดหรือไม่ และสมเหตุสมผลกับสถานการณ์จริง

ข้อควรระวัง

- ฟังก์ชันอาจมีจุดวิกฤตหลายจุด ต้องตรวจสอบทุกจุด
- ถ้ามีช่วงจำกัด ต้องตรวจสอบปลายช่วงด้วยเสมอ
- คำตอบต้องแปลความหมายกลับไปโจทย์ เช่น หน่วย ความหมายในงานจริง

สรุป

การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดด้วยอนุพันธ์
ช่วยให้เราวางแผนและตัดสินใจในงานอาชีพได้ดีขึ้น
ประหยัดเวลา ลดต้นทุน เพิ่มกำไร และปลอดภัย
คือเครื่องมือสำคัญของคนทำงานมืออาชีพ



"คณิตศาสตร์ไม่ใช่แค่ตัวเลข แต่คือเครื่องมือที่ช่วยให้เราทำงานได้ดีขึ้นทุกวัน"



การหาค่าสูงสุด และค่าต่ำสุด



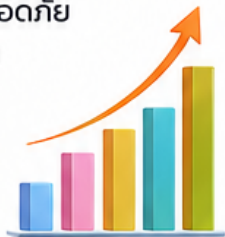
เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานอาชีพ



1 ความสำคัญ

การเลือกค่าที่เหมาะสมที่สุด
ช่วยให้การทำงานมีประสิทธิภาพ
ลดต้นทุน ประหยัดเวลา ปลอดภัย
และใช้ทรัพยากรอย่างคุ้มค่า

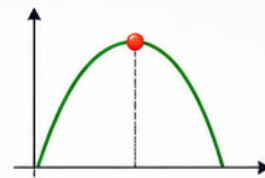
- ✓ เพิ่มประสิทธิภาพ
- ✓ ลดต้นทุน
- ✓ ปลอดภัยมากขึ้น
- ✓ ใช้ทรัพยากรคุ้มค่า



2 ความหมาย

ค่าสูงสุด (Maximum Value)

คือ ค่าที่มากที่สุดของฟังก์ชัน
ภายในช่วงที่กำหนด



ค่าต่ำสุด (Minimum Value)

คือ ค่าที่น้อยที่สุดของฟังก์ชัน
ภายในช่วงที่กำหนด



3 ขั้นตอนการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด



1 กำหนดตัวแปรและสร้างฟังก์ชัน
เขียนสมการของสถานการณ์ให้อยู่ในรูปฟังก์ชัน



2 หาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $f'(x)$
เพื่อวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน



3 หา Critical Point
โดยให้ $f'(x) = 0$ หรือตำแหน่งที่ $f'(x)$ ไม่มีค่า
จุดที่ได้อาจเป็นค่าสูงสุด, ค่าต่ำสุด หรือจุดเปลี่ยน



4 ตรวจสอบด้วยอนุพันธ์อันดับสอง $f''(x)$
ถ้า $f''(x) > 0 \rightarrow$ ค่าต่ำสุด
ถ้า $f''(x) < 0 \rightarrow$ ค่าสูงสุด



5 แทนค่ากลับในฟังก์ชันเดิม
เพื่อหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดที่เกิดขึ้นจริง

4 ตัวอย่าง

โจทย์: โรงงานต้องการออกแบบถังเก็บน้ำ โดยปริมาตรน้ำ (V)
สัมพันธ์กับความกว้าง (x) ของถังดังนี้ $V(x) = 40x - x^2$
จงหาค่า x ที่ทำให้ปริมาตรน้ำมากที่สุด และหาปริมาตรสูงสุด

- สร้างฟังก์ชัน $V(x) = 40x - x^2$
- หาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $V'(x) = 40 - 2x$
- หา Critical Point โดยให้ $V'(x) = 0$
 $40 - 2x = 0 \Rightarrow x = 20$
- ตรวจสอบด้วยอนุพันธ์อันดับสอง $V''(x) = -2$
เนื่องจาก $V''(20) < 0 \rightarrow$ เป็นค่าสูงสุด
- แทนค่ากลับในฟังก์ชันเดิม
 $V(20) = 40(20) - 20^2 = 400$

คำตอบ: เมื่อ $x = 20$
ปริมาตรน้ำสูงสุด = 400 หน่วย



5 การวิเคราะห์จากอนุพันธ์อันดับสอง

อนุพันธ์อันดับสอง	ลักษณะกราฟ	ผลลัพธ์
$f''(x) > 0$	 กราฟเว้าขึ้น (พาราโบลาหงาย)	ค่าต่ำสุด
$f''(x) < 0$	 กราฟเว้าลง (พาราโบลาคว่ำ)	ค่าสูงสุด

6 การประยุกต์ใช้ในงานอาชีพ



งานด้านไฟฟ้า

- ✓ ออกแบบระบบเรียงแผงโซลาร์เซลล์ให้ได้พลังงานสูงสุด
- ✓ ออกแบบระบบแสงสว่างให้ใช้พลังงานคุ้มค่า
- ✓ ลดต้นทุนค่าไฟฟ้า



งานด้าน ช่างก่อสร้าง

- ✓ ออกแบบเขื่อนตักเก็บน้ำให้เก็บน้ำได้มากที่สุด
- ✓ ออกแบบพื้นที่ใช้งานให้คุ้มค่าที่สุด
- ✓ ลดต้นทุนการก่อสร้าง



งานด้าน ช่างยนต์

- ✓ หาคความเร็วที่ประหยัดเชื้อเพลิงที่สุด
- ✓ ออกแบบเครื่องยนต์ให้มีกำลังสูงสุด
- ✓ ลดการสูญเสียพลังงาน



งานด้าน อุตสาหกรรม

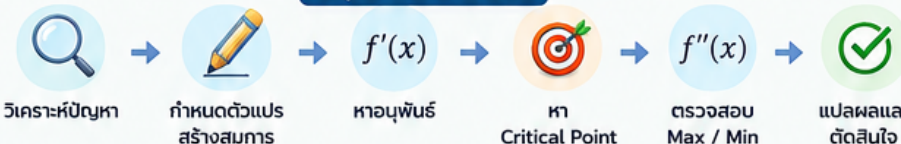
- ✓ วางแผนการผลิตให้ต้นทุนต่ำที่สุด
- ✓ เพิ่มกำลังการผลิต
- ✓ ลดของเสียในกระบวนการผลิต
- ✓ เพิ่มประสิทธิภาพการใช้ทรัพยากร



ข้อคิดสำคัญ

การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด
ช่วยให้เราตัดสินใจเลือก "ทางที่ดีที่สุด"
ในการทำงานและการใช้ทรัพยากร
อย่างมีประสิทธิภาพ

สรุปกระบวนการคิด



10. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

ต้องเขียนอธิบายให้สะท้อนถึงการจัดการเรียนการสอน ส่งผลอย่างไรผลดีอย่างไร แก้ไขดีขึ้นอย่างไรบอก
ปัญหาอุปสรรคด้วย เสนอแนะแนวทางการพัฒนาแก้ไขต่อไป

10.1 ผลการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน

10.2 ปัญหา อุปสรรคที่พบ

10.3 การแก้ไขปัญหา

1) ผลการแก้ไขปัญหาที่ส่งผลลัพธ์ที่ดีต่อผู้เรียน

2) แนวทางแก้ปัญหาในครั้งต่อไป
